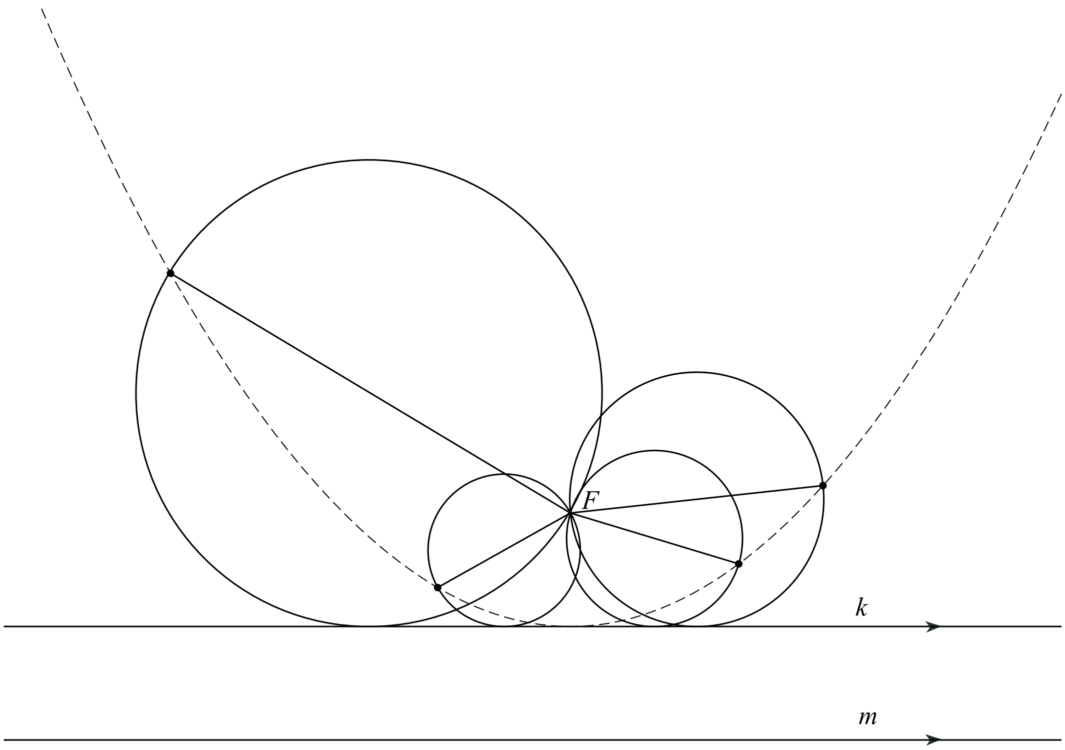
Raakcirkels aan een lijn

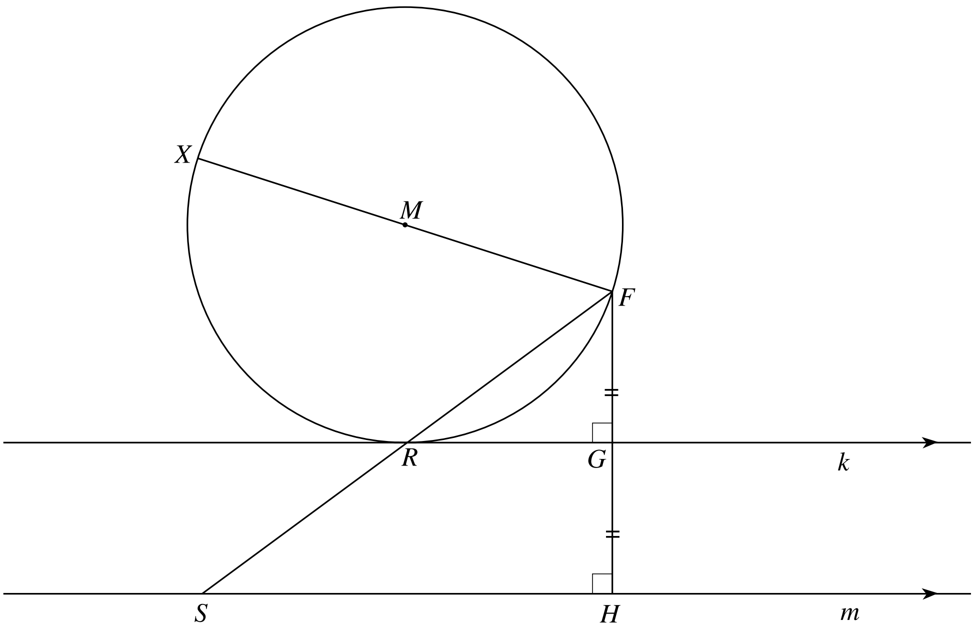
Gegeven zijn twee evenwijdige lijnen k en m en een punt F, niet op m, zo dat de afstand van F tot k gelijk is aan de afstand van k tot m.
We bekijken de cirkels die door F gaan en aan k raken.
In figuur 1 zijn enkele van deze raakcirkels getekend. In elke raakcirkel is de middellijn vanuit F getekend. Elke middellijn heeft behalve F nog een tweede eindpunt op de raakcirkel.
De tekening doet vermoeden dat deze eindpunten op een parabool met brandpunt F en richtlijn m liggen.

figuur 1



In figuur 2 is een van de raakcirkels getekend met middelpunt M, middellijn FX en raakpunt R. De loodlijn vanuit F op k en m snijdt k in G en m in H, dus $FG = GH$. Lijn FR snijdt m in S.
Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 2



Er geldt: $FR = RS$.

4p **4** Bewijs dit.

Uit $FS = 2 \cdot FR$ en $FX = 2 \cdot FM$ en $\angle XFS = \angle MFR$ volgt de gelijkvormigheid van de driehoeken FXS en FMR (*zhz*).

Met behulp van deze gelijkvormigheid kan bewezen worden dat XS loodrecht op m staat.

3p **5** Bewijs op deze manier dat XS loodrecht op m staat.

3p **6** Bewijs dat punt X inderdaad ligt op de parabool met brandpunt F en richtlijn m.

uitwerkbijlage

4, 5, 6